Les Cercles

Chapitre 10 – notes et exercices enrichi

K Ce que je sais déjà	L Ce que j'ai appris
1.	1.

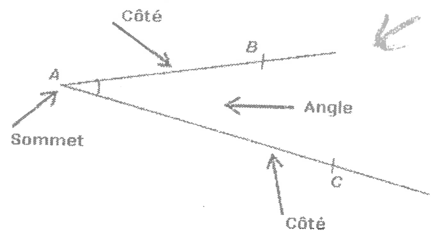
corrigé

Cercles, Triangles, Angles – Révison

Remplis au moins que tirets que possible. Emploie les p. 5-10 au besoin pour aide.

A. Les angles

1. On peut nommer un angle avec simplement une lettre si la lettre signifie uniquement un angle. Ou on peut le nommer avec les 3 lettres avec le sommet au milieu.



← demi-droite

← demi-droite

Exemple :

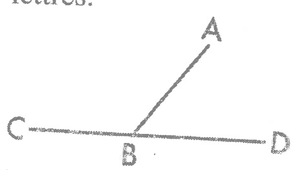
On peut nommer cet angle avec la lettre du sommet.

a) Alors cet angle est nommé ∠ A

Ou on peut le nommer avec deux façons, avec le sommet au milieu.

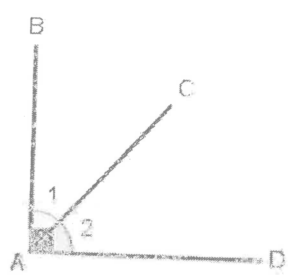
b) Alors cet angle est nommé ∠ BAC ou ∠ CAB.

2. Mais si le sommet a plusieurs angles, il faut les nommer avec les 3 lettres.



Nomme les 2 angles qui a sommet B. ∠CBA et ∠ABD et

(ou ∠ABC et ∠DBA)

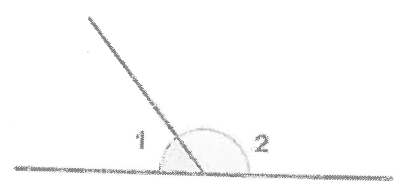


3. ∠ BAD = 90 °

∠ BAD est un angle droit

∠1 + ∠2 = 90 °

∠1 + ∠2 sont complémentaires.

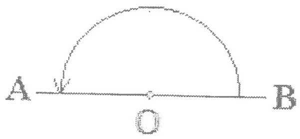


← angle plat

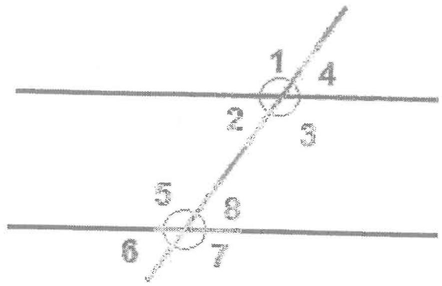
4. ∠1 + ∠2 = 180 °

∠1 + ∠2 sont supplémentaires

Aussi ∠1 + ∠2 sont *paires linéaires.*



5. $\angle AOB =$ 180 °
$\angle AOB$ est un angle plat

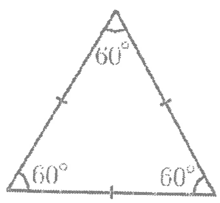


6. Quels paires d'angles sont égaux?
5 & 7 ; 6 & 8 ($\angle$s opposés par le sommet)
1 & 3 ; 2 & 4 ; ($\angle$s opposés par le sommet)
5 & 3 ; 2 & 8 ; ($\angle$s internes alternes)
Quels paires d'angles sont supplémentaires? Somme 180°
5 & 6 ; 7 & 8 (paires linéaires)
6 & 7 ; 5 & 8 (paires linéaires)
1 & 2 ; 3 & 4 (paires linéaires)
1 & 4 ; 2 & 3 (paires linéaires)

B. Les Triangles

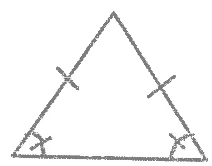
1. La **somme** des mesures des trois angles d'un triangle = 180 °

2.

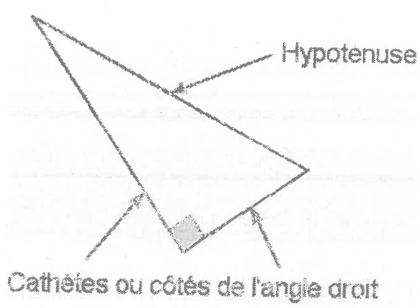


2a). Un triangle équilatéral a trois **angles** et trois **côtés** égaux.

2b) La mesure des trois **angles** d'un triangle équilatérale = 60 °.



3.
Un triangle isocèle
a 2 **angles** (de base) et 2 **côtés** égaux.

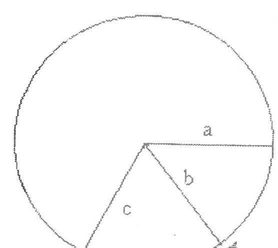


4. Un triangle rectangle a un angle droit (un angle qui mesure 90° °).

Pour employer le théorème de Pythagore on doit savoir que c'est un triangle rectangle.

Pythagore→ cathète^2 + cathète^2 = hypoténuse^2

C. Le Cercle



1. Tous les rayons d'un cercle ont de la même mesure. a=b=c

2. La somme des angles au centre d'un cercle est 360° °

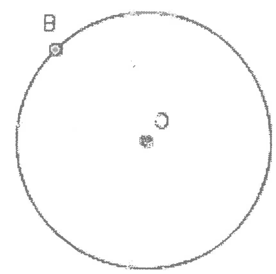
360°

LE CERCLE – Définitions et vocabulaire

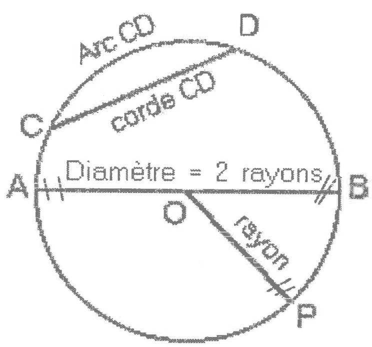
Concepts à définir (ou redéfinir) dans l'unité du cercle :

Un angle	Un angle droit	Un angle aigu
Un angle obtus	Un angle plat	Un angle rentrant
Une droite	Un segment	Une bissectrice
Un cercle	Le centre	Un rayon
Un diamètre	Un arc de cercle	Un petit arc
Un grand arc	Un demi-cercle	Une corde
Un angle au centre	Un angle inscrit	Un angle sous-tendu
Une tangente	Une sécante	Un point de tangence
Une bissectrice	Une médiatrice	Une perpendiculaire

Un <u>CERCLE</u> est l'ensemble de tous les points **<u>équidistants</u>** (la même distance) d'un point fixe, O. (Alors **tous les rayons ont de la même mesure**).



Le point O est le **<u>CENTRE</u>** du cercle et le cercle passe par le point B.



*Un **<u>RAYON</u>** est un segment qui rejoint le <u>centre</u> du cercle, O, <u>à un point sur le cercle</u>, P.

(Le segment $\overline{OP}$ est **un rayon.**)

*Tous les rayons d'un cercle ont de <u>la même mesure</u>.

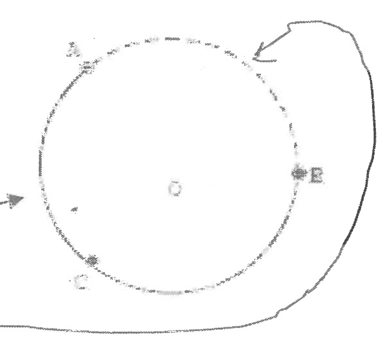
Rayon $\overline{OP}$ = rayon $\overline{OB}$ = rayon $\overline{AO}$

*Un **<u>DIAMÈTRE</u>** est un segment qui rejoint <u>deux points du cercle</u> et qui <u>passe par le centre</u> du cercle. (Le segment * $\overline{AB}$ est **un diamètre.**)

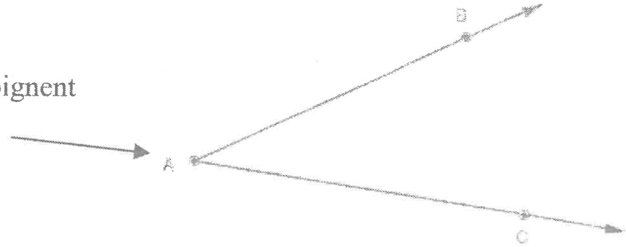
*Une **<u>CORDE</u>** est un segment rejoignant deux points sur le cercle.
Le segment $\overline{CD}$ est **une corde** du cercle de centre O.

Un <u>ARC</u> de cercle (arc AC ou $\overset{\frown}{AC}$) est un morceau de cercle délimité par deux points sur le cercle, A et C. L'arc peut être désigné par deux ou trois lettres. Il existe le **grand arc** de cercle ($\overset{\frown}{ABC}$) qui est <u>plus longue</u> qu'un demi-cercle;

et le **petit arc** de cercle ($\overset{\frown}{AB}$) qui est <u>plus courte</u> qu'un demi-cercle.



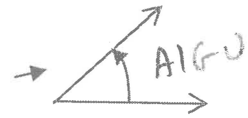
Un **ANGLE** est formé par deux demi-droites qui se rejoignent en un seul point, **le sommet**.



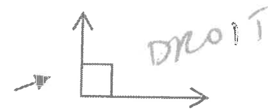
L'angle BAC ($\angle BAC$) est ainsi formé par deux côtés, $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$, et un sommet, A. On peut le nommer $\angle A$, $\angle BAC$, ou $\angle CAB$ (***lettre du sommet est lettre au milieu.)***

Il existe plusieurs types d'angles :

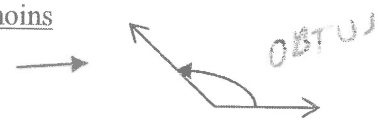
- un angle aigu est un angle qui mesure moins que 90°



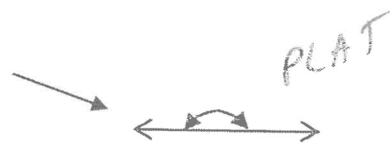
- un angle droit est un angle qui mesure 90°. Les côtés qui forment un angle droit sont perpendiculaires (⊥)



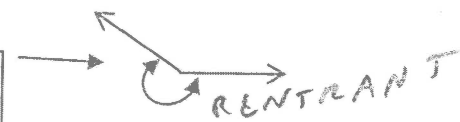
- un angle obtus est un angle qui mesure plus que 90° mais moins que 180° ;



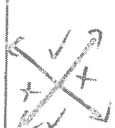
- un angle plat est un angle qui mesure exactement 180° ;



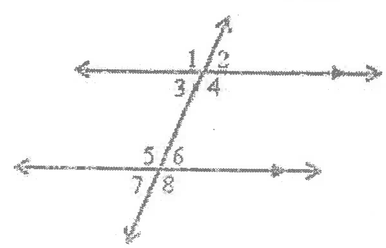
- un angle rentrant est un angle qui mesure plus que 180° mais moins que 360°.



Il y a aussi les angles formés par les droites qui intersectent.



- Les angles opposés par le sommet sont composés des deux mêmes lignes, comme la lettre X. Ils doivent avoir les mêmes lignes et le même sommet. **Les angles opposés par le sommet sont de mêmes mesures.**



$\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$ ($\angle$s opp somm)

$\angle 5 = \angle 8, \angle 7 = \angle 6$ ($\angle$s opp somm)

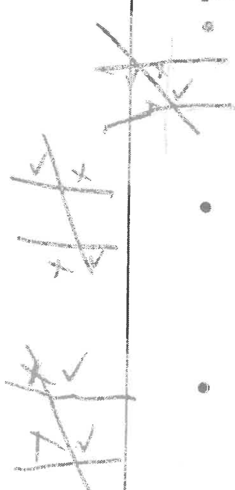
$\angle 4 = \angle 5, \angle 3 = \angle 6$ ($\angle$s alt-int)

$\angle 2 = \angle 7, \angle 1 = \angle 8$ ($\angle$s alt-ext)

$\angle 1 = 5, \angle 3 = \angle 7$ ($\angle$s corr)

$\angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8$ ($\angle$s corr

Les angles alternes-internes, alternes-externes, et angles correspondants sont formés par *deux lignes parallèles* et une sécante.



- Les angles situés à l'intérieur des parallèles et de chaque côté de la sécante sont nommés alternes-internes. Les **angles alternes-internes sont de mêmes mesures.**

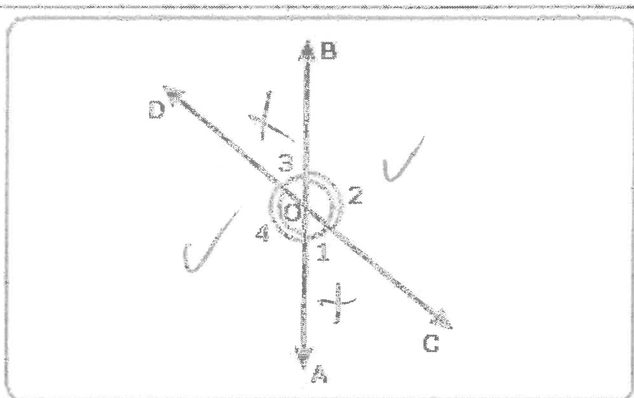
- Les angles situés à l'extérieur des parallèles et de chaque côté de la sécante sont nommés alternes-externes. Les **angles alternes-externes sont de mêmes mesures.**

- Les angles situés du même côté de la sécante, où un des angles est situé à l'intérieur et l'autre est situé à l'extérieur des 2 droites sont nommés correspondants. Les **angles correspondants ont de mêmes mesures.**

P. 5

Le Vocabulaire, Définitions, Propriétés

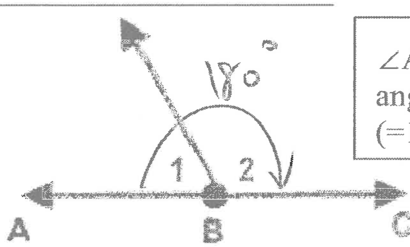
• Les Angles, les Triangles, et les Droites aux Cercles



Les angles opposés par le sommet sont congruents.

-les droites XY et TZ intersectent à O
-les deux angles sont le même sommet (O)

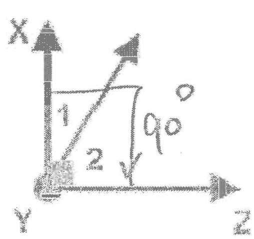
Ex. $m\angle 1 = m\angle 3$ et $m\angle 2 = m\angle 4$



$\angle ABC$ est un angle **plat** (=180°)

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$$

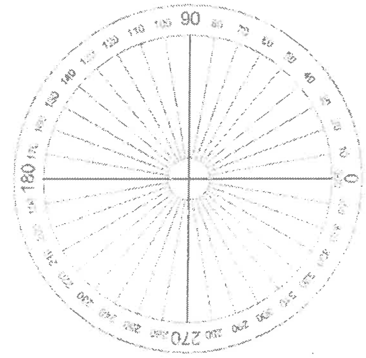
Les deux angles sont supplémentaires.



$\angle XYZ$ est un angle **droit** (=90°)

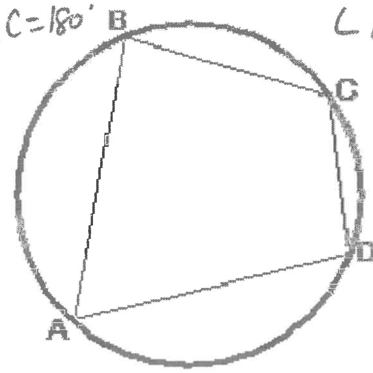
$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$$

Les deux angles sont complémentaires.



La somme des angles au centre d'un cercle est 360°.

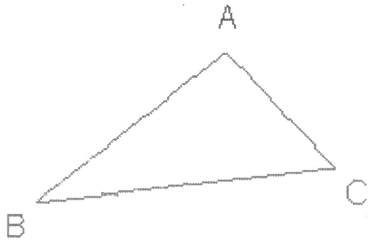
$\angle A + \angle C = 180°$ $\angle B + \angle D = 180°$



Un quadrilatère (un polygone à 4 côtés) dont tous les sommets sur trouvent sur la même cercle (est inscrit dans la cercle) est un **quadrilatère cyclique**.

La somme des 4 angles d'un quadrilatère est 360°.

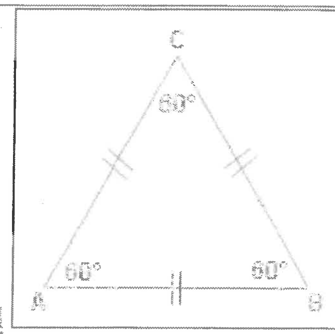
Les angles opposés d'un quadrilatère cyclique sont supplémentaires (leur somme est donc 180°).



La somme des angles d'un triangle est 180°.

Ex. $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

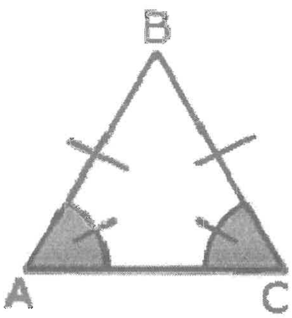
Triangle équilatéral



AB = BC = CA, donc ABC est **un triangle équilatéral.**

Dans un triangle équilatéral, les trois angles sont égaux et mesurent chacun 60°.

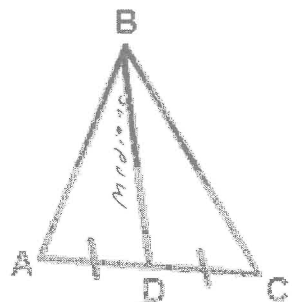
Triangle isocèle



© mathwarehouse.com

AB = AC, donc ABC est **un triangle isocèle**.

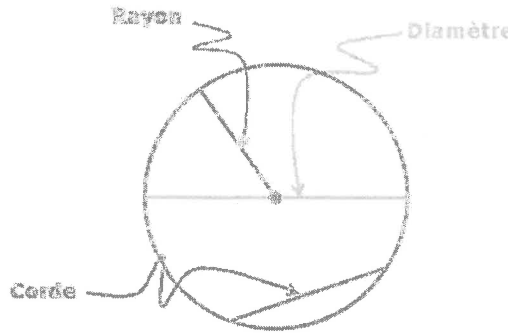
Les deux angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux.



$\overline{BD}$ est une médiane de $\triangle ABC$

$\therefore$ D est le point milieu de $\overline{AC}$

$\therefore$ $\overline{AD} \cong \overline{DC}$



- **<u>Rayon</u> :** droite qui **<u>relie</u>** un **<u>point</u>** du cercle et le **<u>centre</u>** du cercle.

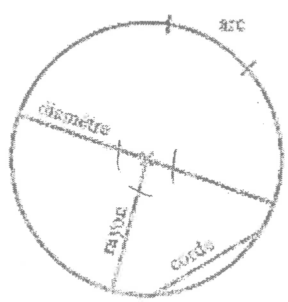
<u>-Tous les rayons</u> du cercle <u>possèdent la même mesure.</u>
<u>-Le rayon équivaut à la moitié du diamètre.</u>
On peut tracer un rayon à partir de n'importe quel point du cercle.
(***Un angle au centre*** *est un angle formé par deux rayons du cercle.)*

- **<u>Diamètre</u> :** droite qui **<u>relie deux points</u>** du cercle et qui passe par le **<u>centre</u>** du cercle.

-<u>Tous les diamètres du cercle possèdent la même mesure.</u>
-Le diamètre est <u>deux fois plus long que le rayon</u>. (Diamètre = 2 x la mesure du rayon)
-On peut tracer un diamètre à partir de n'importe quel point du cercle.

- **<u>Corde</u> :** droite qui **<u>relie deux points</u>** du cercle.

-Toutes les cordes <u>ne possèdent pas</u> la même mesure.
-On peut tracer une corde à partir de n'importe quel point du cercle.
-Le diamètre est une corde qui passe par le centre du cercle.



Chapitre 10 - La géométrie

Définitions et Propriétés des Angles, Triangles, Droites, Cercles

En géométrie déductive, on n'accepte pas une phrase comme vrai sans preuve d'un fait, une règle, ou propriété géométrique qu'on accepte que vrai.

Exemple: Si les 2 angles d'un triangle sont 40° et 80°, quelle est la mesure de l'autre angle? (C'est 60° PARCE QUE la somme des 3 angles du triangle est 180° (propriété géométrique *qu'on accepte que vrai*).

Exemple: Si les 2 côtes d'un triangle rectangle sont 3 cm et 4 cm, quelle est la mesure de l'autre côté? (C'est 5 cm quand on emploie Pythagore.. *qu'on accepte que vrai*).

Dans une preuve géométrique, on emploie le raisonnement logique et les faits géométriques ensemble, étape après étape, pour prouver un énoncé.

Dans chaque étape qu'on dit un fait, il faut donner la **RAISON** (la propriété) qu'on peut le dire.

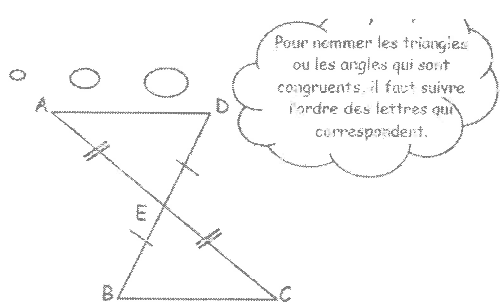
Un ensemble d'énoncés et de justifications constitue une preuve.

Les éléments suivants peuvent servir de justifications dans une preuve :
-les données connues (l'information donnée avant la preuve)
-les définitions
-les propriétés des nombres
-les théorèmes (exemple Pythagore)
-des propriétés

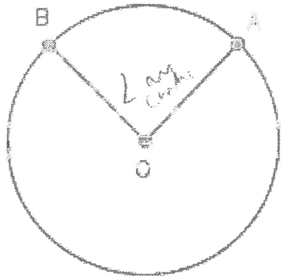
exemple d'une preuve :

Ex : Complétons la preuve
Soit : AE = CE; ED = EB
Prouve que : AD || BC

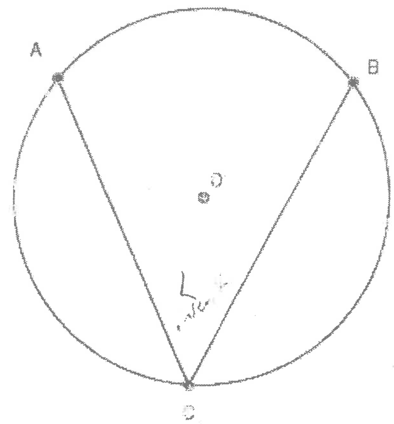
Énoncés	Justifications
a) AE = CE	Données connues
b) ED = EB	Données connues
c) <AED = <CEB	Théorème des angles opposés
d) Δ AED = Δ CEB	CAC
e) <DAE = <BCE	Triangles congruents
f) AD || BC	Théorème des droites parallèles



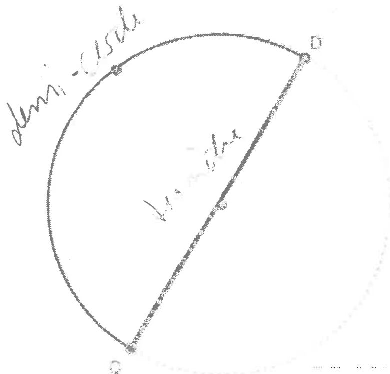
10.1 Angles dans un cercle – défn + prop.



L'**angle au centre** AOB ($\angle AOB$) est un angle dont le sommet est au centre du cercle. Il est sous-tendu par le petit arc AB ($\overset{\frown}{AB}$). On dit également qu'il intercepte $\overset{\frown}{AB}$.



L'**angle inscrit** ACB ($\angle ACB$) est un angle dont le sommet est sur le cercle. L'angle inscrit ACB est sous-tendu par l'arc AB ou encore intercepte $\overset{\frown}{AB}$; on peut également dire que $\overset{\frown}{AB}$ est intercepté par $\angle ACB$ ou qu'il sous-tend $\angle ACB$.



Un **demi-cercle** est un arc délimité par deux points, C et D, qui sont les extrémités d'un diamètre du cercle. Le segment $\overline{CD}$ est un diamètre du cercle et l'arc $\overset{\frown}{CD}$ est un demi-cercle.

Propriteté a : L'angle inscrit est la moitié de l'angle au centre

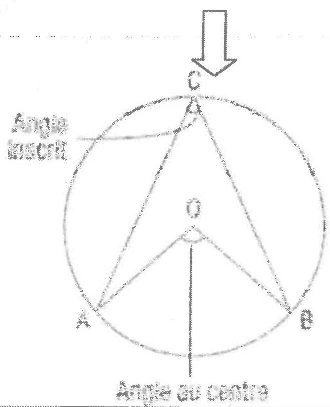
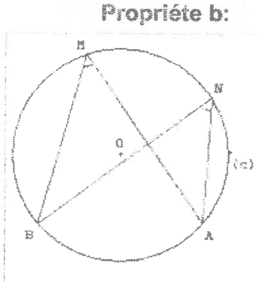


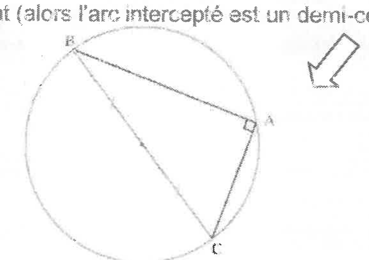
Illustration de deux exemples différents d'angles inscrits et angles au centres qui interceptant un même arc.

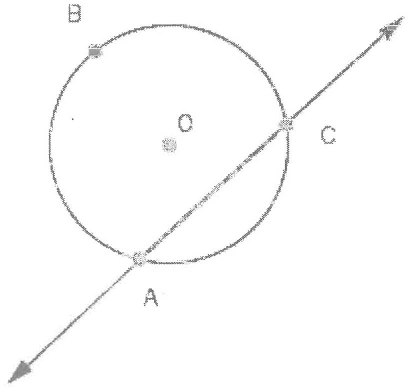
Propriéte b:



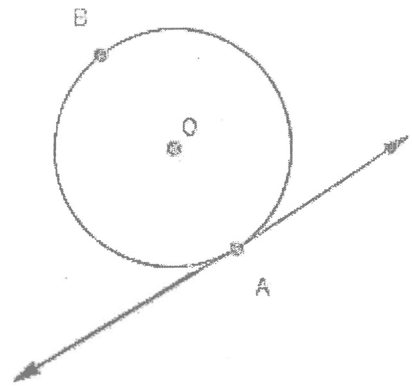
Deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

Propriété c : Si l'angle au centre est plat (alors l'arc intercepté est un demi-cercle), l'angle inscrit est 90°



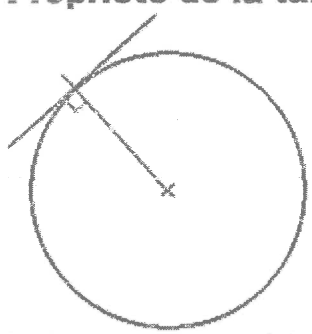


Une **sécante** est une droite qui passe par deux points du cercle, A et C, et qui coupe le cercle en deux parties



Une **tangente** est une droite qui touche le cercle en un seul point, A. On appelle ce point A le point de tangence.

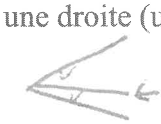
Propriété de la tangente :



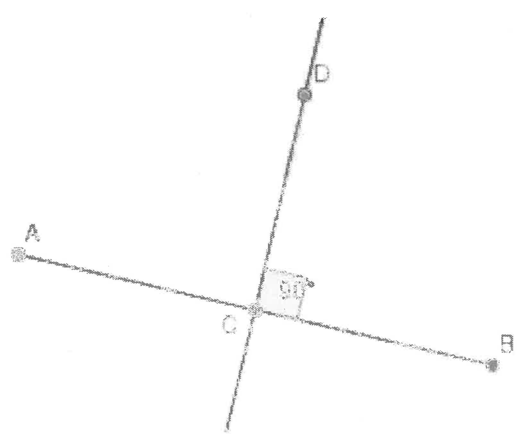
La tangente en un point du cercle est **perpendiculaire au rayon** en ce point.

+++

Une **bissectrice** est une droite (une demi-droite ou un segment) qui coupe un angle ou un segment en deux parties égales.



Une **médiatrice** est une bissectrice perpendiculaire d'un segment. Le segment $\overline{CD}$ est une médiatrice du segment $\overline{AB}$ parce qu'il bissecte le segment $\overline{AB}$ ($\overline{AC} \cong \overline{CB}$) et qu'il forme un angle droit avec le segment $\overline{AB}$, $\angle BCD = 90°$.



Les Médiatrices

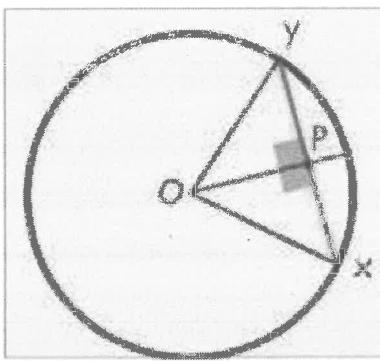
La médiatrice d'une corde est la droite qui:

⇒ **est perpendiculaire à cette corde**

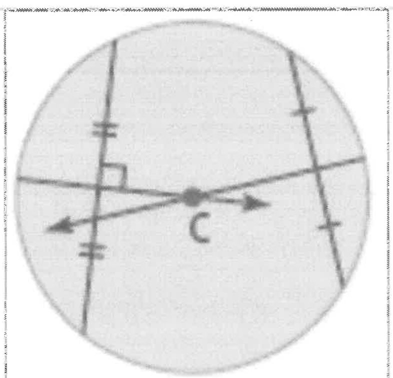
⇒ **passe par le milieu de la corde (divise la corde en 2 parties égales)**

⇒ **passe par ce centre du cercle ((peut être le rayon ou le**

La *médiatrice* d'une corde passe par le centre (O) du cercle (peut être un rayon ou un diamètre)↓



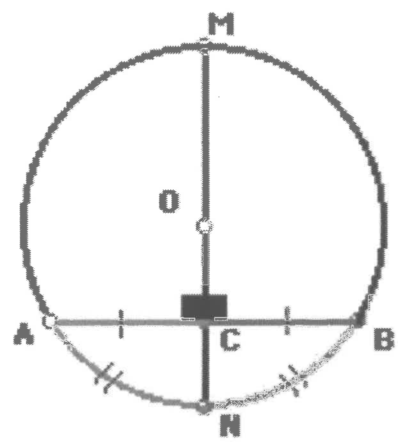
Les *médiatrices* de deux cordes se coupent au centre du cercle.↓



1. Si une droite:
- divise une corde en deux parties égales

ET
- passe par le centre du cercle,

ALORS cette droite est **perpendiculaire** à la corde. **c'est une médiatrice)**



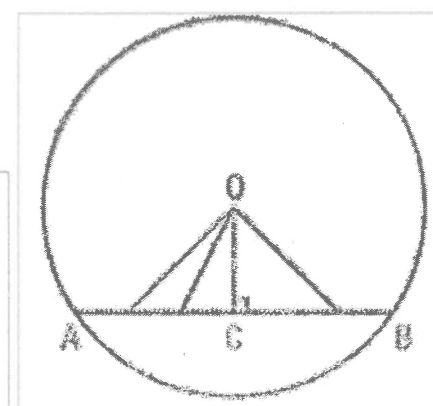
2. Si une droite:
- divise une corde en deux parties égales

ET
- passe par le centre du cercle,

ALORS cette droite est **perpendiculaire** à la corde. **(c'est une médiatrice)**

La plus courte distance entre le centre d'un cercle et une corde est la droite **perpendiculaire** à la corde.

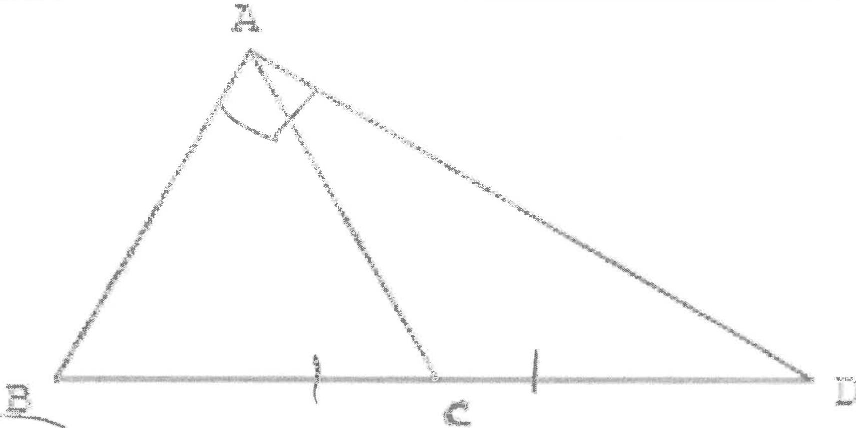
***OC** est la droite la plus courte qui va du corde au centre parce que c'est la distance perpendiculaire.→*



la Géométrie Déductive de la Géométrie Euclidienne

-une méthode d'employer les propriétés établies, la connaissance géométrique, et l'information donnée pour déduire (tirer les conclusions au sujet) des longueurs et la mesure des angles, d'une façon logique. Il y a un raisonnement (justification, explication) pour déduire chaque propriété cherchée. En géométrie déductive, <u>on n'accepte pas une phrase comme vrai sans preuve</u> d'un fait, une règle, ou propriété géométrique qu'on accepte que vrai. **On doit la justifier, expliquer (dire pourquoi c'est vrai).** On emploie **le raisonnement logique** et **les faits géométriques** ensemble, étape après étape, pour prouver un énoncé.

Exemple 1 : Marque le diagramme avec l'information donnée. D'après chaque donné ou déduction, quelle(s) conclusion(s) peut-on tirer?



donnés

~~conclusions (avec justifications)~~

C est le milieu du segment BD

ΔBAD est rectangle en A

ΔABC est équilatéral

Conclusions

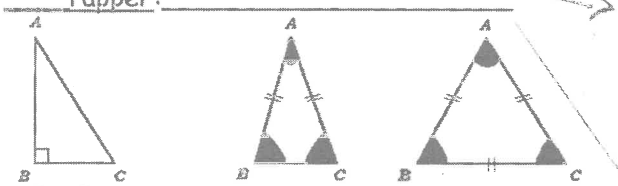
$BC = CD$ (c'est le milieu)

$\angle BAD = 90°$ (Δ rectangle en A)

$AB = AC = CD$ } (defn Δ équi)

$\angle B = \angle D = \angle BAD = 60°$ }

rappel :



triangle rectangle

$\angle B = 90°$

triangle isocèle

$\overline{AB} = \overline{BC}$

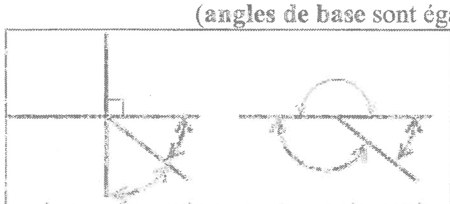
$\angle B = \angle C$

(angles de base sont égaux)

triangle équilatérale

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$

$A = \angle B = \angle C = 60°$



angles complémentaires — Somme 90°

angles supplémentaires — Somme 180°

Étapes pour Trouver les Valeurs avec Justification

Le diagramme :

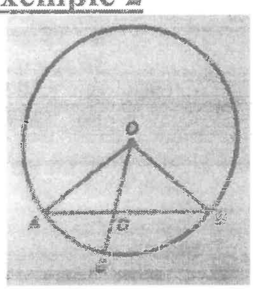
1. Marquer le diagramme avec la première information donnée.
2. Avec cette information, pense est-ce qu'il y a une conclusion que je peux tirer?
3. S'il y a une conclusion tirée de l'information donnée, ajoute-la au diagramme.
4. S'il y a même une autre conclusion que tu peux tirer maintenant, ajoute-la aussi.
5. Maintenant écris la prochaine donnée. Continue comme ci-dessus.

L'explication :

1. Écris la première information donnée.
2. Avec cette information, pense est-ce qu'il y a une conclusion que je peux tirer?
3. S'il y a une conclusion tirée de l'information donnée, écris-la sous la donnée que tu écrivais. Écris ensuite la justification (pourquoi est-ce que je le sais?).
4. S'il y a même une autre conclusion que tu peux tirer maintenant, ajoute-la aussi avec la justification.
5. Maintenant écris la prochaine donnée. Continue comme ci-dessus.

Tu peux faire les étapes de justification de l'explication au même temps, si tu veux.

Exemple 2 **donné :**



Cercle Centre O

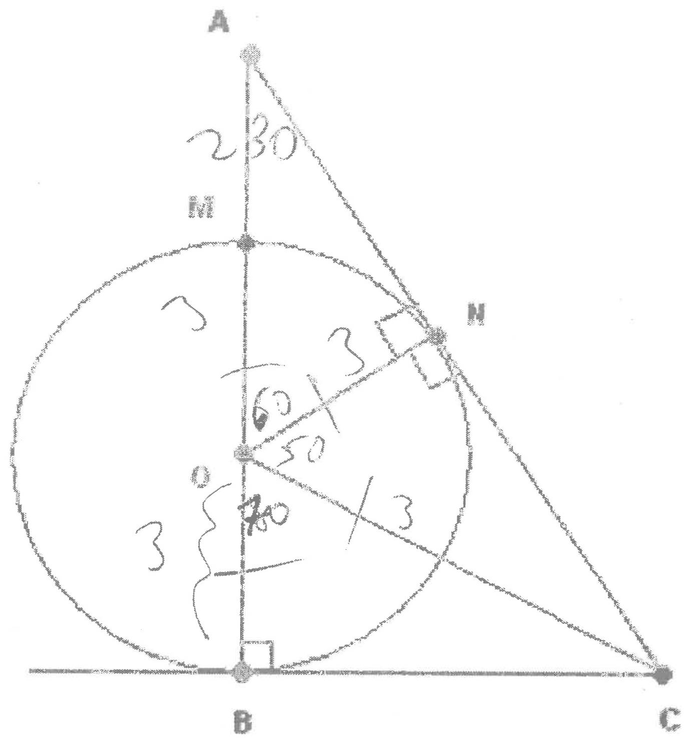
$\overline{OA} = 6cm$

$\overline{OD} = 4cm$

Trouve $\overline{DC}$

affirmations	**justifications**
$\overline{OA} = 6cm$	donné
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 6cm$	rayons
$\overline{OD} = 4cm$	donné
$\overline{DC} = 6 - 4 = 2cm$	$DC = OC - DC$

Exemple 3



donné

Cercle Centre O

$\angle NOC = 50^\circ$

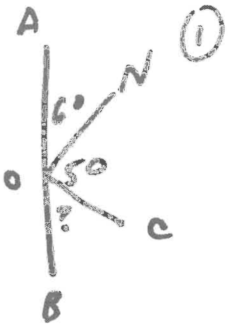
$\angle NAO = 30^\circ$

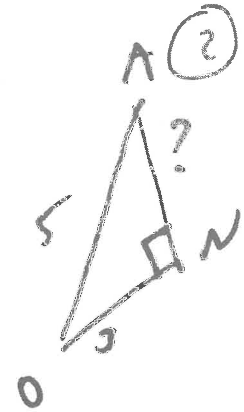
1. Trouve $\angle COB$

$\overline{OB} = 3cm$

$\overline{AM} = 2cm$

2. Trouve $\overline{AN}$





$\overline{MO} = \overline{ON} = \overline{OB} = 3cm$ (rayons - cercle centre O)

$\angle NOA = 180 - 30 - 90 = 60^\circ$ ($\angle s\ \Delta = 180^\circ$)

① $\angle COB = 180 - 50 - 60 = 70^\circ$ (supplémentaires)

$AO = 3 + 2 = 5cm$ ($AO = OM + AM$)

ΔONA est Δ rect. ($\angle ONA = 90^\circ$)

$3^2 + AN^2 = 5^2$ (Pythagore)

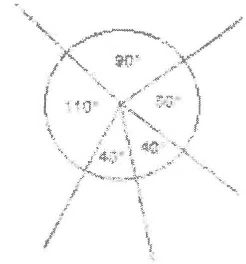
$9 + AN^2 = 25$

$-9 \qquad -9$

$AN^2 = 16$

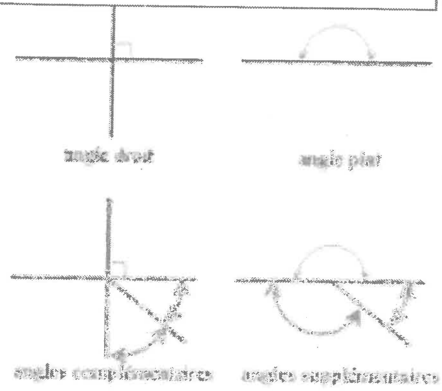
② $AN = 4 cm$

Géométrie 1 Pour ces questions, tu vas employer l'information suivante. Des **abréviations** sont dans les boîtes.



$\angle$s d'un ○	- 1 rotation d'un tour complète dans un cercle = 360°

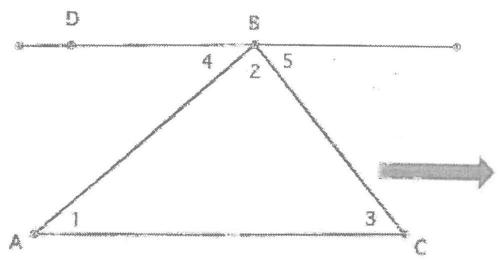
$\angle$s suppl.; $\angle$s compl.; $\angle$s plat



-la **somme** de DEUX angles qui forment un angle droit est **90°** (ils sont **complémentaires**)

-la **somme** de DEUX angles qui forment un angle plat est **180°** (ils sont **supplémentaires**)

-la somme des 3+ angles qui forment **un angle plat** (ou une droite) est 180°



$\boxed{\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°}$

$\angle$s de $\triangle$	La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°

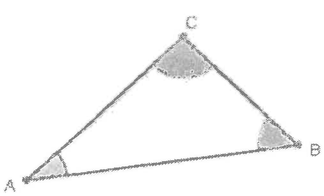
$\angle$s de base $\triangle$ isoc., def $\triangle$isoc.

→si un triangle a deux côtés congrus, c'est triangle isocèle
→Les angles de base d'un triangle isocèle sont égaux.
→Si les angles de base d'un triangle sont égaux, c'est un triangle isocèle et alors les deux côtés sont congrus.

$\triangle$ équil., def $\triangle$équil.

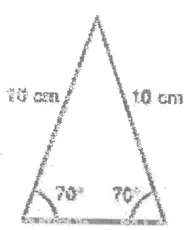
Les angles d'un triangle équilatéral ont une mesure de 60° et les trois côtés sont congrus.

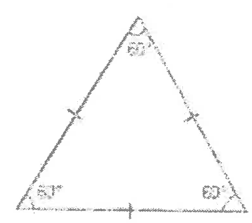
Si les 3 angles ont une mesure de 60° ou si les 3 côtés sont congrus alors c'est un triangle équilatéral.



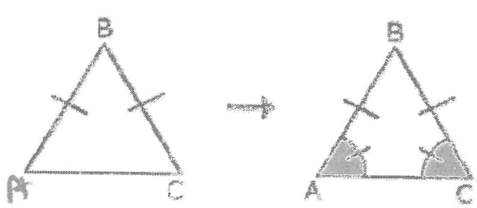
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$

triangle isocèle

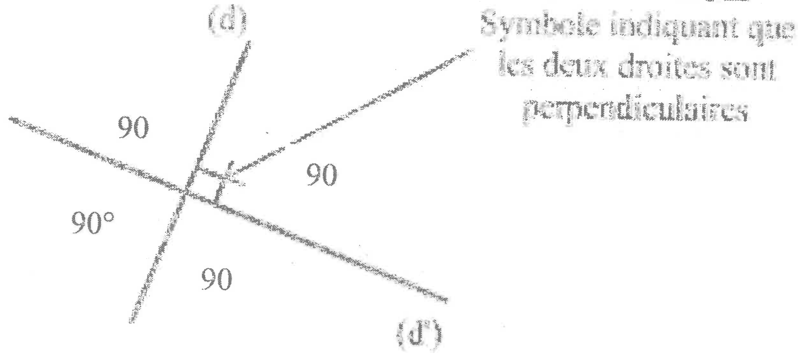




triangle équilatéral

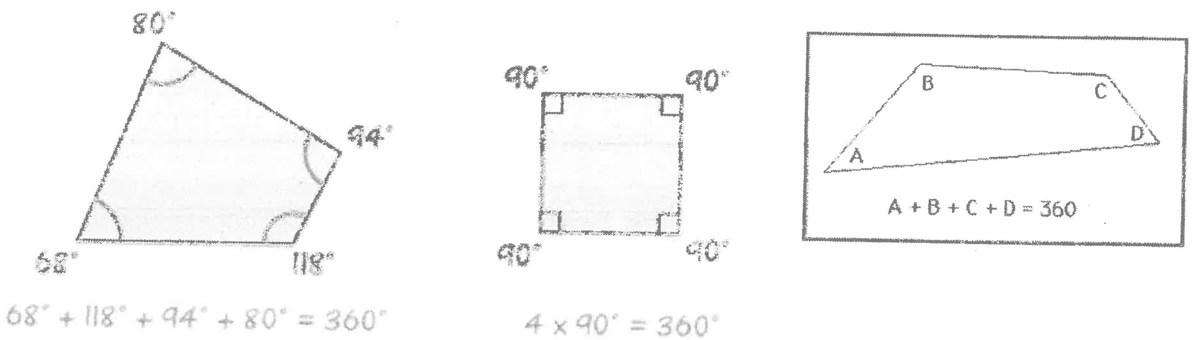


$\boxed{\text{def} \perp}$ Si deux droites sont perpendiculaires ($\perp$), alors les angles formés par ces droites ont un mesure de 90°



Pour indiquer que les droites (d) et (d') sont perpendiculaires on note (d) $\perp$ (d')

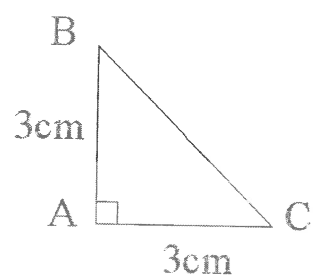
$\boxed{\angle \text{ s quad}}$ La somme des angles d'un quadrilatère (figure de 4 côtés) est **360°**



- Si tu emploies l'information donné, la raison est « $\boxed{\text{donné}}$ »

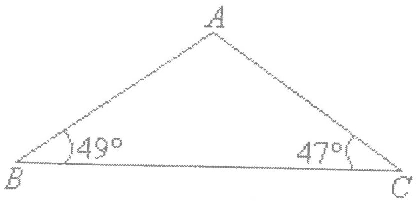
Exemple :

énoncé	raison
AB=AC= 3 cm	donné
$\triangle$ ABC isocèle	def isoc.
$\angle$ABC=$\angle$CAB= x	$\angle$ base $\triangle$isoc.
BA $\perp$ AC	donné
$\angle$BAC = 90°	def $\perp$
X + x + 90 = 180	$\angle$s de $\triangle$
$\angle$ABC=$\angle$CAB =45	algèbre



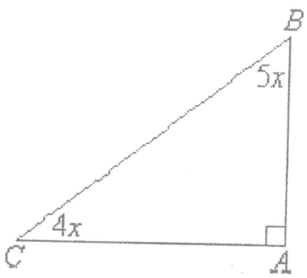
<u>Exemples</u>

1. Trouve la mesure de $\angle$BAC



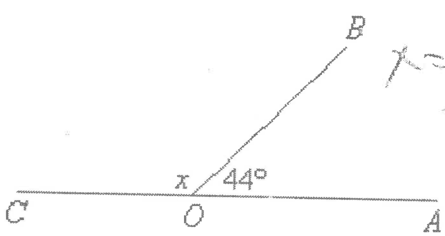
$\angle BAC = 180° - 49° - 47° = 84°$
$(\angle s \text{ de } \Delta)$

2. Trouve la valeur de x.



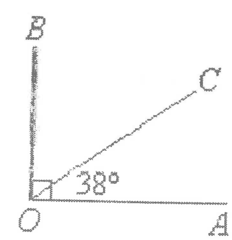
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ $(\angle s \text{ de } \Delta)$
$4x + 5x + 90 = 180$
$9x + 90 = 180$
$-90 \quad -90$
$\frac{9x}{9} = \frac{90}{9}$
$x = 10$

3. Trouve la valeur de l'angle noté avec un x.



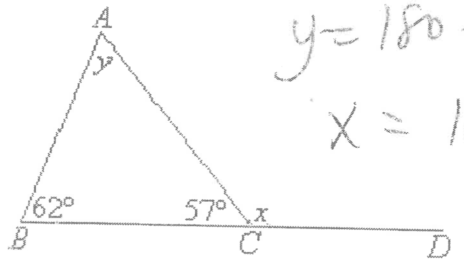
$x = 180 - 44$
$= 136°$
(suppl.)

4. Trouve la valeur de $\angle$COB



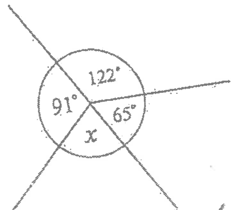
$\angle COB = 90 - 38 = 52°$
(compl.)

5. Trouve la valeur des angles notés avec une lettre.

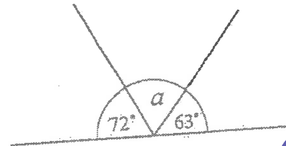


$y = 180 - 62 - 57 = 61°$ $(\angle s \ \Delta)$
$x = 180 - 57 = 123°$ (suppl.)

1. Trouve la valeur des angles notés avec une lettre. Montre le travail avec la raison abrégée aux parenthèses

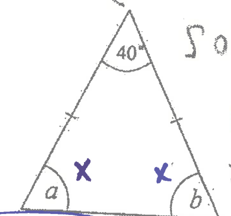


$x = 360 - 91 - 122 - 65$ ($\angle O = 360°$)
$x = 82°$



$a = 180 - 72 - 63 = 45°$
(suppl.)

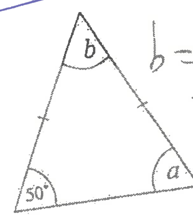
$\angle a = \angle b$ ($\angle s\ \Delta$ isocèle)



soit x $= \angle a = \angle b$ ($\angle s\ \Delta$)
$x + x + 40 = 180°$
$2x + 40 = 180$
$-40 \quad -40$
$\frac{2x}{2} = \frac{140}{2}$
$x = 70°$

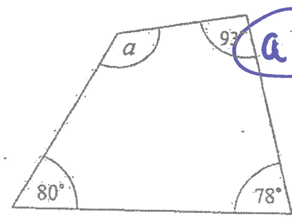
$\angle a = \angle b = 70°$

$a = 50$ ($\angle s\ \Delta$ isocèle)



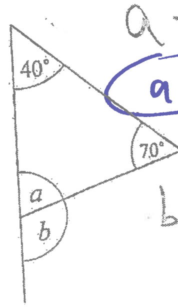
$b = 180 - 50 - 50$
$= 180°$
($\angle s\ \Delta$)

$a = 360 - 93 - 80 - 78$



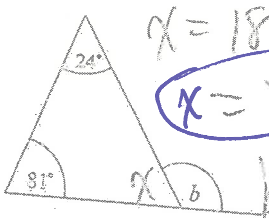
$a = 109°$
($\angle s$ quad $= 360°$)

$a = 180 - 40 - 70$
$a = 70°$
($\angle s\ \Delta$)

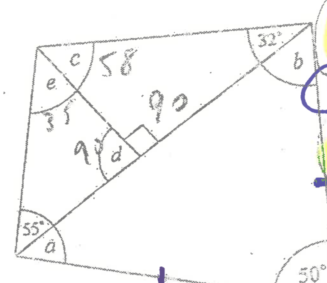


$b = 180 - 70 = 110°$
(suppl.)

$x = 180 - 24 - 81$
$x = 75°$ ($\angle s\ \Delta$)



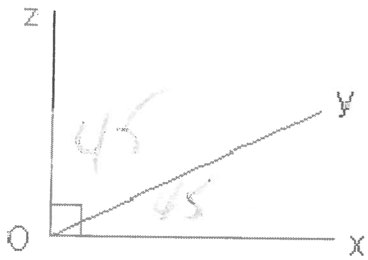
$b = 180 - 75$
$= 105°$
(suppl.)



$c = 180 - 32 - 90$
$c = 58°$ ($\angle s\ \Delta$)
$d = 180 - 90$
$d = 90$ (suppl.)
$e = 180 - 90 - 55$
$e = 35$ ($\angle s\ \Delta$)

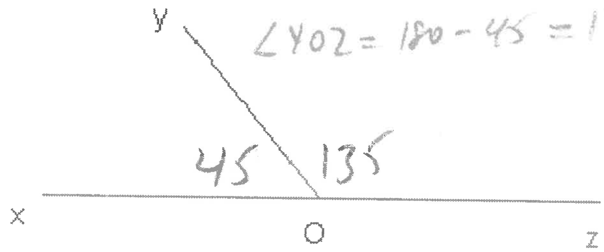
$\angle a = \angle b = x$ ($\angle s\ \Delta$ isoc.)
$50 + x + x = 180$ ($\angle s\ \Delta$)
$50 + 2x = 180$
$-50 \quad -50$
$\frac{2x}{2} = \frac{130}{2}$
$x = 65 = a = b$

3a) ∠ XOY est 45°. Quelle est la mesure de ∠ YOZ? (Indice : la somme des 2 angles **complémentaires** (formées par un angle de 90°) ont une somme de 90°)



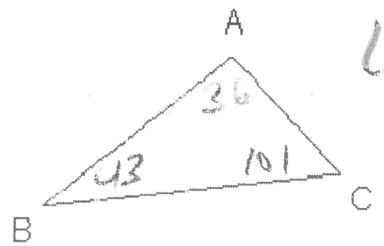
$\angle YOZ = 90 - 45 = 45^\circ$
(∠ complémentaires)

$\angle YOZ = 180 - 45 = 135$ (∠ suppl.)



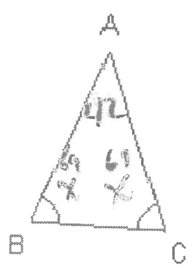
3b) ∠ XOY est 45°. Quelle est la mesure de ∠ YOZ? (Indice : deux angles qui forment une ligne droite sont « **supplémentaires** » et leur somme est 180°;

3c) ∠ A est 36° et ∠ B est 43°. Quelle est la mesure de ∠ C? (Indice : **La somme des angles d'un triangle** est 180°).



$\angle C = 180 - 36 - 43$
$= 101^\circ$ (∠s Δ)

3d) AB=AC et ∠ A = 42°. Quelle est la mesure de ∠ B et ∠ C? (Indice : un triangle avec 2 côtés égaux est isocèle. Les angles de base d'un triangle isocèle sont de même mesure.)



$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (∠s Δ)
$42 + x + x = 180$ (∠s Δ isoc.)
$42 + 2x = 180$
$-42 \qquad -42$
$\frac{2x}{2} = \frac{138}{2}$
$x = 69$
$\therefore \angle B = \angle C = 69^\circ$

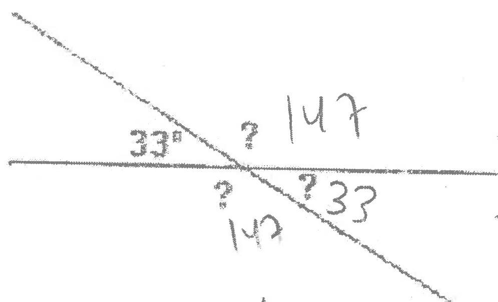
4. (indices : **les angles opposés par le sommet** ont la même mesure; chaque rayon d'un cercle a la même longueur; **les angles de base d'un triangle isocèle** (2 côtés égales) ont la même mesure; si AB= OB et OB=OA, ça indique que AB = OA et alors c'est un **triangle équilatérale** (3 côtés égales); les angles d'un triangle équilatérale ont une mesure de 60°; **la somme des 3 angles d'un triangle** est 180°)

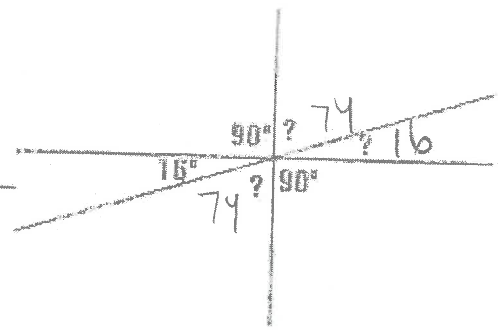
Révision des concepts de Géométrie

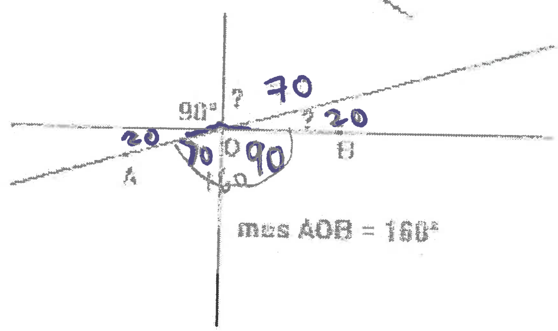
Essaie de répondre aux suivantes en rappelant ce que tu sais au sujet des angles, des triangles, des cercles, des quadrilatères, des lignes droites. Tu peux aussi employer le livret de définitions et vocabulaire.

1. (indice : les angles opposés par le sommet ont la même mesure; deux angles « complémentaires » ont une somme de 90° ; deux angles qui forment une ligne droite sont « supplémentaires » et leur somme est 180°; la somme des tous les angles au centre d'un cercle est 360°)

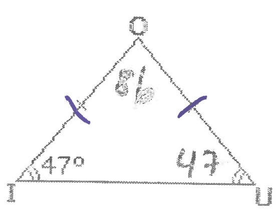
Calcule la mesure des angles codés par un « ? »







2. Le triangle OIU est isocèle. L'angle $\hat{I}$ mesure 47°. Calculer $\angle$U et $\angle$O.



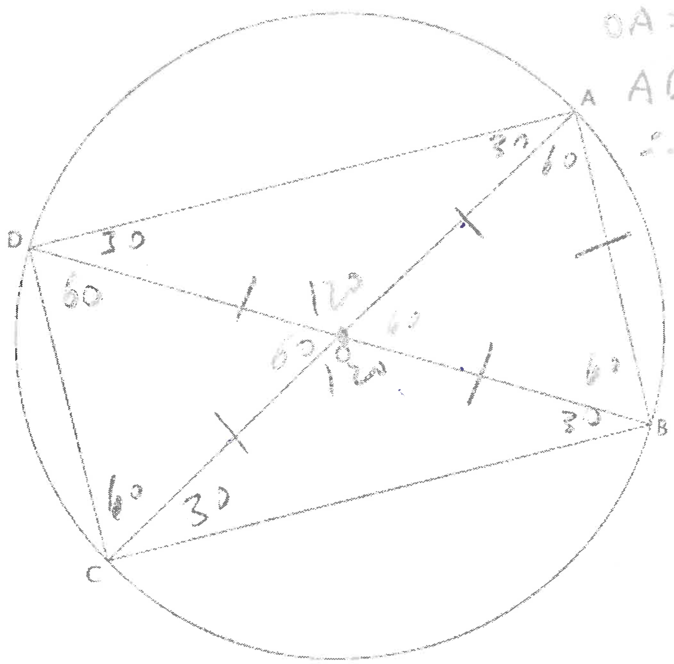
$\angle I = \angle U = 47°$ ($\angle$s Δ isoc.)

$\angle O = 180 - 47 - 47 = 86°$ ($\angle$s Δ)

(Indice : un triangle avec 2 côtés égaux est isocèle. Les angles de base d'un triangle isocèle sont de même mesure. **La somme des angles d'un triangle** est 180°).

défi

En sachant que O est le centre du cercle et que AB = OB, calcule tous les angles de la figure ci-dessous.



OA = OB = OC = OD (rayons)

AB = OB (donné)

∴ AB = OB = OA = OC = OD

(AB = OB ; OB = OA etc)

∴ ΔABO est Δ équil. (AB = AO = OB)

∴ ∠OAB = ∠ABO = ∠AOA =60° (Δ équil)

∴ ∠AOB = ∠DOC =60° (∠s opp.)

∴ ∠DOA = 180 − 60 = 120 (∠s supp)

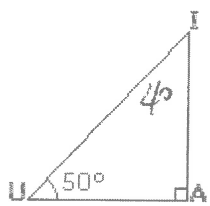
∴ ∠COB = ∠DOA = 120 (∠s opp)

∴ ∠OCB = ∠OBC = 30 (∠s base Δ isoc ; ∠s Δ)

de même façon, ∠DOA = ∠DAO =30 et ∠ODC = ∠OCO = 60

5. Le triangle IAU est rectangle en A. ∠U = 50°. Calculer ∠I

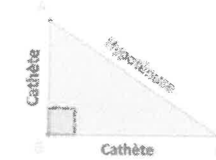
(Indice: "triangle rectangle" veut dire que la mesure d'un angle est 90°. La somme des angles d'un triangles est 180 °)



∠I = 180 − 90 − 50 = 40°
(∠s Δ)

5a. (indice : théorème Pythagore : cathète² + cathète² = hypothénuse²; l'hypoténuse est toujours le côté opposé l'angle droit)

Calcule h sachant que a=5 et C = 4 et que $h \perp c$.



Δ hac est Δ rect. ($h \perp c$)

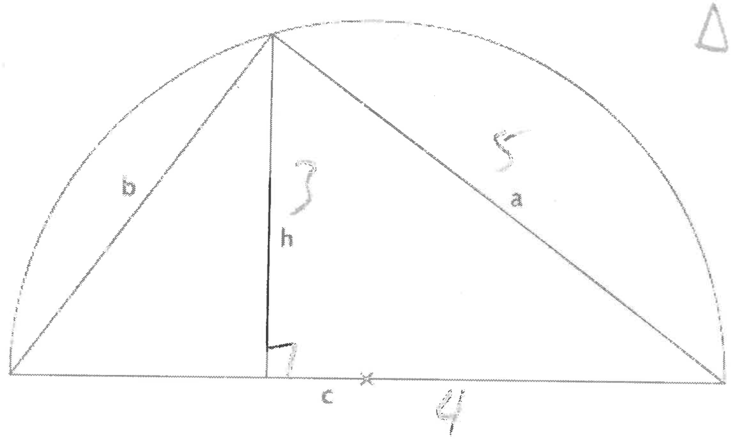
$h^2 + 4^2 = 5^2$ (Pythagor

$h^2 + 16 = 25$

$-16 \quad -16$

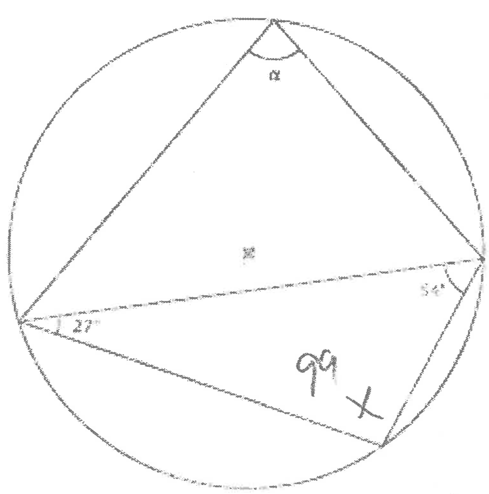
$h^2 = 9$

$h = 3$



5b (indice : dans un **quadrilatère cyclique** (polygone à 4 côtés avec les 4 sommets sur le cercle), les angles opposés sont supplémentaires; **la somme des 3 angles d'un triangle** est 180°.

b) Détermine la valeur de α.



$\angle x = 180 - 27 - 54 = 99°$

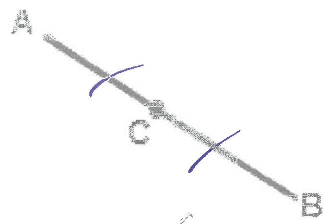
$\alpha = 180 - 99 = 81°$

($\angle$s opp. quad. cycl.)

Réchauffement avant d'Écrire les Preuves avec Justification

Directives : Dans chacun des problèmes suivants, l'information DONNÉ te suivrais à tirer une CONCLUSION. En employant le diagramme et l'information DONNÉ, détermine quelle conclusion tu peux tirer dans chacun des cas. Sois certaine que tu peux JUSTIFIER ta conclusion avec une définition, une propriété, une connaissance géométrique.

1.

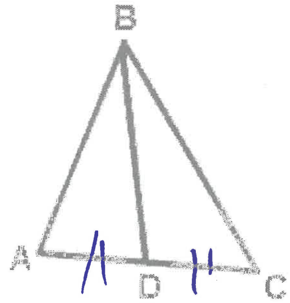


Donné: $\overline{AC} \cong \overline{CB}$

Conclusion: C est le point milieu de $\overline{AB}$

Justification: $(AC = CB)$

2.

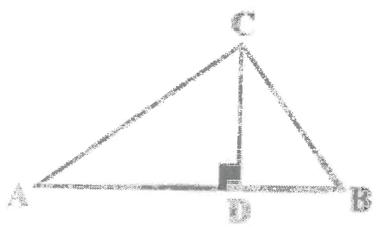


Donné: $\overline{BD}$ est une médiane (ou $\overline{BD}$ bissecte $\overline{AC}$ ou D est le point milieu de $\overline{AC}$)

Conclusion: $AD = DC$

Justification : (D point milieu)

3.



Donné: $\overline{CD} \perp \overline{AB}$

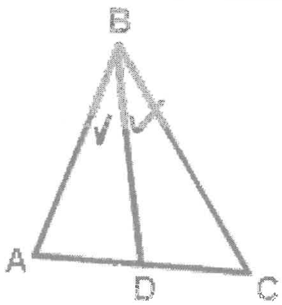
Conclusion 1: $\angle ADC = \angle CDB = 90°$ ($\angle$ droit)

Justification: $(CD \perp AB)$

Conclusion 2: ΔACD et ΔCDB sont Δ rect.

Justification $\angle BDC = \angle ADC = 90°$

4.

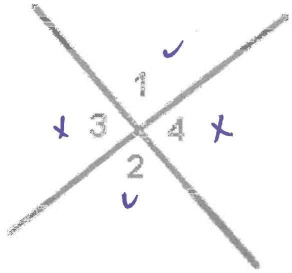


Donné: $\overline{BD}$ bissecte $\angle ABC$

Conclusion: $\angle ABD = \angle DBC$

Justification : (BD bissecte $\angle ABC$)

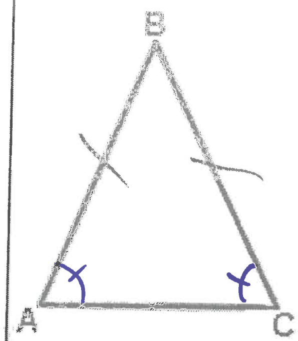
5.



Donné: 2 segments qui s'intersectent

Conclusions: $\angle 1 = \angle 2$ et $\angle 3 = \angle 4$

justification: $\angle$s opposés par le sommet



6.

Donné: ΔABC est isocèle (base AC)

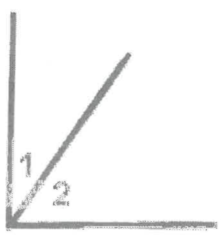
Conclusion 1: $AB = BC$

Justification: (Δ isocèle)

Conclusion 2: $\angle A = \angle C$

Justification (Δ isocèle)

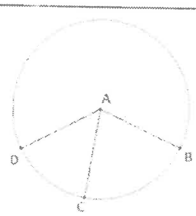
7.



Donné: <1 est complémentaire à <2

Conclusion: $\angle 1 + \angle 2 = 90°$

Justification: (complémentaires)

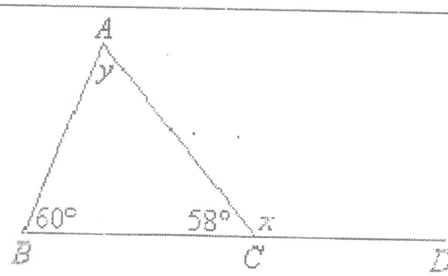


8. Donné: cercle centre A

Conclusion: $AD = AC = AB$

Justification (rayons)

9.



Donné: la mesure des deux angles

Conclusion 1 : $\angle y = 180 - 60 - 58 = 38°$

Justification : ($\angle$s Δ)

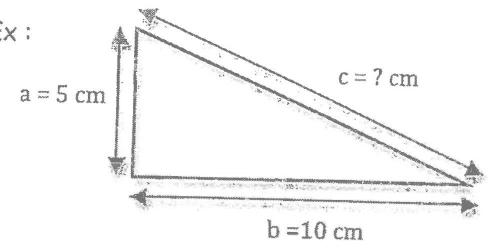
Conclusion 2 : $\angle x = 180 - 58 = 122°$

Justification : (suppl.)

Le théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypothénuse est égale à la somme des carrés des 2 autres côtés. $a^2 + b^2 = c^2$

Ex :



L'hypothénuse est le plus grand côté ou le côté en face de l'angle droit

Tu cherches la longueur de l'hypothénuse c.

Théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$

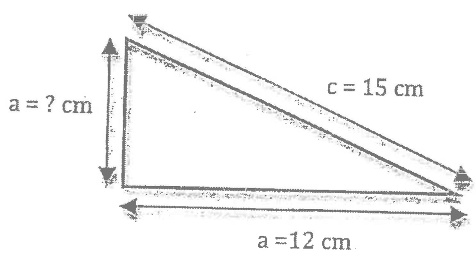
$c^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125$

$c = \sqrt{125} = 11,2$ cm

hypoténuse

$a^2 + b^2 = c^2$
$5^2 + 10^2 = c^2$
$25 + 100 = c^2$
$\sqrt{125} = \sqrt{c^2}$
$\sqrt{125} = c$
$c = \sqrt{125} \approx 11,2$ cm

racine carré de chaque côté



Tu cherches la longueur du côté a.

Théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = c^2 - b^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$

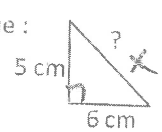
$a = \sqrt{81} = 9$ cm

$a^2 + b^2 = c^2$ ← hypoténuse
$a^2 + 12^2 = 15^2$
$a^2 + 144 = 225$
$-144 \quad -144$
$\sqrt{a^2} = \sqrt{81}$
$a = 9$ cm.

Exercices : Fais les exercices suivants sur une feuille.

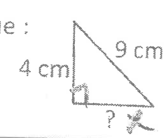
Le triangle sont rectangle.

($\sqrt{61}$ cm $\approx 7,8$ cm) 1. Calcule le côté qui manque :



$5^2 + 6^2 = x^2$
$25 + 36 = x^2$
$\sqrt{61} = \sqrt{x^2}$
$\sqrt{61} = x$
$x \approx 7,8$ cm.

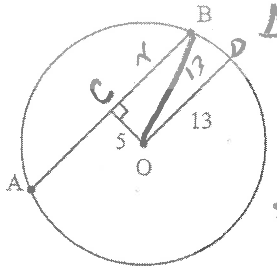
($\sqrt{65}$ cm $\approx 8,0$ cm) 2. Calcule le côté qui manque :



$4^2 + x^2 = 9^2$
$16 + x^2 = 81$
$-16 \quad -16$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{65}$
$x = \sqrt{65} \approx 8,0$ cm

Emploie Pythagore pour les suivantes. C'est quelquefois utile de tracer un autre segment de droite au cercle. (S'il y a un angle droit, peux-tu inclure dans un triangle rectangle ?) Rappelle qu'un rayon ou un diamètre passe par le centre d'un cercle est que la longueur d'un diamètre est 2 fois la longueur du rayon au même cercle. Aussi rappelle que tous les rayons à un cercle sont égaux. Étiquette les cercles au besoin. Montre les étapes (quelquefois avec explication) afin de justifier la réponse.

1. Trouve AB de cercle centre 0.

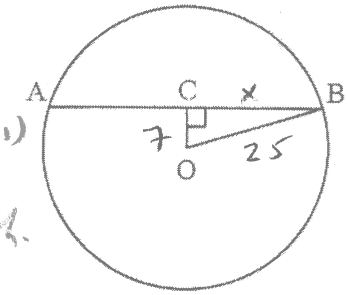


ΔOBC est rect. (∠BCO = 90°)
trace $\overline{OB}$
OB = OD = 13 (rayons)

$5^2 + x^2 = 13^2$
$x^2 = 169 - 25$
$x^2 = 144$
$x = 12$
Pyth.

BC = AC = 12 (OC médiatrice)
AB = 12 + 12 = 24

2. Cercle centre O ; rayon 25 ; OC = 7. Trouve AB.

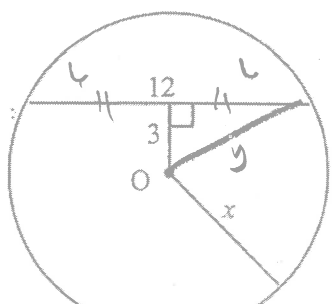


ΔOBC est rect. (∠BCO = 90°)

$7^2 + x^2 = 25^2$
$x^2 = 625 - 49$
$x^2 = 621$
$x = \sqrt{621}$

AC = CB = $\sqrt{621}$ = 24,9198 (OC médiatrice)
AB = $2\sqrt{621}$ = 49,8.

3. Trouve x, au dixième près.

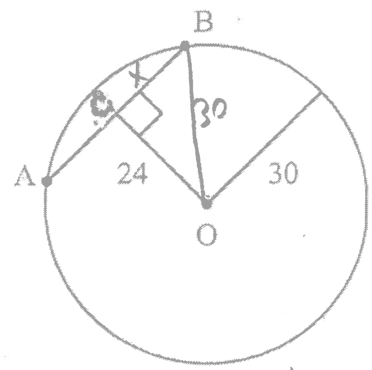


Δ est rectangle (∠ droit)
médiatrice bissecte 12 → 6 + 6

$3^2 + 6^2 = y^2$
$9 + 36 = y^2$
$45 = y^2$
$\sqrt{45} = y$
Pyth.

$x = y = \sqrt{45} = 6.7$ (rayons =)

4. Trouve AB.



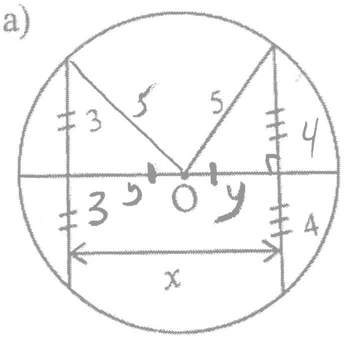
Δ rectangle rayons égaux = 30 = OB

$24^2 + x^2 = 30^2$
$576 + x^2 = 900$
$x^2 = 324$
$x = \sqrt{324}$
$x = 18$ OC est médiatrice coupe AB.

AB = 2(18) = 36

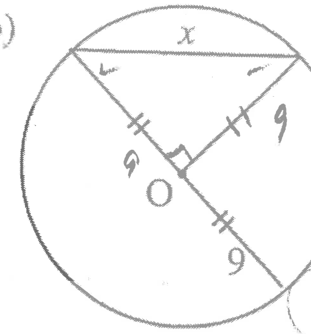
5. O est le centre du cercle. Toutes les longueurs sont en centimètres. Un nombre égal de marques sur des segments de droites indiquent qu'ils ont de la même longueur. Trouve les longueurs. Si nécessaire, arrondis-les au prochain dixième de centimètre. b) Δ rect.

a)



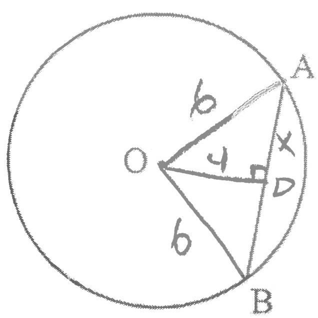
OD est diamètre et bissecte corde alors c'est ⊥. alors Δ rect.
3=3 4=4 donné
$4^2 + y^2 = 5^2$
$y^2 = 25 - 16$
$y^2 = 9$
$y = 3$
Deux segments ≅ alors $y = y = 3$
$x = y + y = 3 + 3 = 6$ cm.

b)



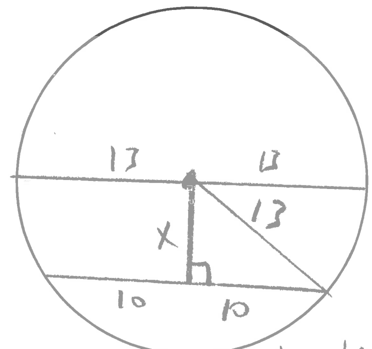
Δ rectangle
$9^2 + 9^2 = x^2$
$81 + 81 = x^2$
$162 = x^2$
$\sqrt{162} = x$
12.7 cm $= x$

6. ~~Le rayon du cercle est 6 cm.~~ La corde AB est 4 cm du centre du cercle. Quelle est la longueur AB, au centimètre près ? perpendiculairement



OD est médiatrice alors
AD = DB
$4^2 + x^2 = 6^2$
$x^2 = 36 - 16$
$x^2 = 20$
$x = \sqrt{20}$
$AB = 2\sqrt{20}$
AB = 9cm

7. Le diamètre du cercle est 26 cm, et une corde au cercle est 20 cm de longueur. Quelle est la distance entre la corde et le centre du cercle? Arrondis la réponse au prochain dixième de centimètre. perpendiculaire



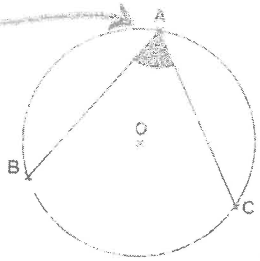
triangle rectangle
médiatrice
$10^2 + x^2 = 13^2$
$x^2 = 169 - 100$
$x^2 = 69$
$x = \sqrt{69}$
la distance est 8.3cm.

10.1 Angles Inscrits, Angles au Centre p. 378

•Définition : **angle inscrit**

- Dans un cercle, **UN ANGLE INSCRIT** est un angle dont **LE SOMMET** est sur le cercle et dont **LES CÔTÉS** coupent le cercle.

le sommet sur le cercle



Exemple : *(l'angle est formé par 2 cordes avec un point commun sur le cercle)*

sommet

On dit que $\angle$ BAC <u>intercepte</u> (ou sous-tend) l'arc $\overset{\frown}{BC}$

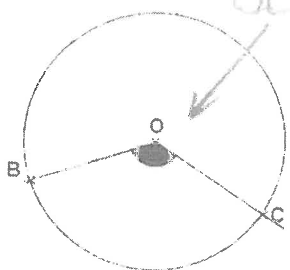
arc $\overset{\frown}{BC}$

•Définition : **angle au centre**

Dans un cercle, <u>UN ANGLE AU CENTRE</u> est un angle dont le **sommet est <u>le centre</u>** du cercle.

Exemple :

le sommet sur le centre



sommet

On dit que $\angle$ BOC <u>intercepte</u> (ou sous-tend) l'arc $\overset{\frown}{BC}$.

arc $\overset{\frown}{BC}$

⇨ Propriété 1: <u>angle inscrit et angle au centre</u>

<u>on sait que</u> :
l' angle inscrit $\angle$ BAC et
l'angle au centre $\angle$ BOC
<u>interceptent (sous-tendent)</u>
<u>le même arc</u> $\overset{\frown}{BC}$

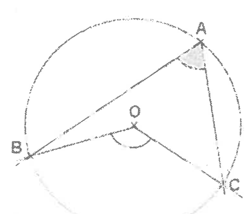
Dans un cercle, si *un angle inscrit* et *un angle au centre* interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle l'inscrit est **<u>LA MOITIÉ</u>** de celle de l'angle au centre.

$$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$$

Dans un cercle, si *un angle inscrit* et *un angle au centre* <u>interceptent le même arc</u>, alors, alors la mesure de l'angle au centre est **<u>LE DOUBLE</u>** de celle de l'angle au l'inscrit.

<u>exemple</u>

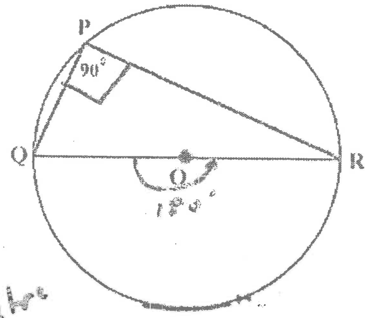
$$\angle BOC = 2\angle BAC$$



Exemple : si l'angle inscrit = 30°, alors l'angle au centre = 60°
(s'ils interceptent le même arc

⇨ Proprieté 2: Cas special: Angle Inscrit qui sous-tend un demi-cercle/un diamètre (qui sous-tend un angle au centre PLAT de mesure 180°)

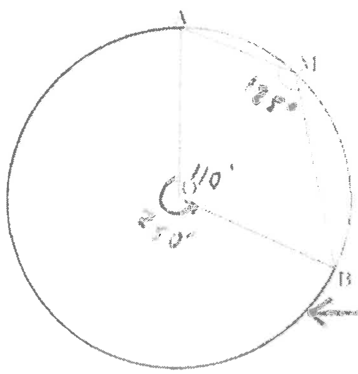
→ **L'ANGLE INSCRIT DANS UN DEMI-CERCLE EST UN ANGLE DROIT.** ←



AB est le diamètre

- L'angle inscrit qui mesure 90° est sous-tendu par un demi-cercle/un diamètre. (il intercepte le diam)
- L'angle au centre $\angle QOR$ est PLAT (mesure 180°)
- Alors l'angle inscrit $\angle$ QPR $= \frac{1}{2} \angle QOR = \frac{1}{2}\ (180°) = 90°$

- **Angle Inscrit d'un Angle au Centre RENTRANT** ← entre 180° et 360°



$\angle$ **RENTRANT** AOB est l'angle au centre

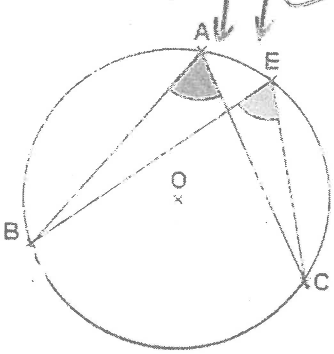
$\angle$ AMB est l'angle inscrit parce qu'il SOUS-TEND L'ARC MAJEUR $\overset{\frown}{AB}$ (LE GRAND ARC)

(l'arc majeur - le GRAND arc plus grand qu'un demi-cercle)

Exemple $\angle$ AOB = 110° ; $\angle$ rentant AOB = 250°; $\angle$ inscrit AMB = 125°

⇨ Propriété 3 : angles inscrits

Sommets sur le cercle



→ **DANS UN CERCLE, SI DEUX ANGLES INSCRITS INTERCEPTENT LE MÊME ARC, ALORS ILS ONT DE LA MÊME MESURE.** ←

on sait que :

l' angle inscrit $\angle$ BAC et l'angle au centre $\angle$ BEC sont inscrits et interceptent (sous-tendent) le même arc $\overset{\frown}{BC}$

même arc $\overset{\frown}{BC}$

sommet sommet

donc $\boxed{\angle BAC = \angle BEC}$

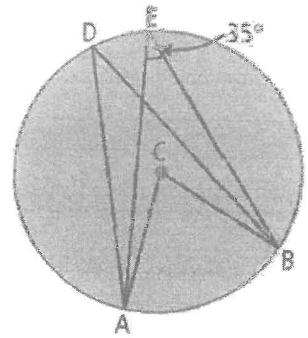
$\overset{\frown}{BC}$ $\overset{\frown}{BC}$

10.1 Les angles dans un cercle **exemple 1 p. 379**

Le point C est le centre du cercle, m∠AEB = 35°.

a) Quelle est la mesure de ∠ADB ? Justifie ta réponse.

b) Quelle est la mesure de ∠ACB ? Justifie ta réponse.



a) ∠ADB = ∠AEB = 35°

raison : ∠s inscrits = (sous-tendu par même arc)

b) $\angle ACB$ (∠ au centre) sous-tendu par même arc $\overset{\frown}{AB}$ que $\angle AEB$ (∠ inscrit)

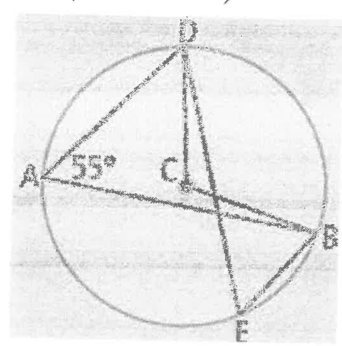
alors → ∴ ∠ACB = 2(35°) = 70°

raison : ∠ au centre = 2 ∠ inscrit

MCQTS p. 379

(55° et 110 °)

Le point C est le centre du cercle. m∠DAB = 55°. Quelles sont les mesures des angles DEB et DCB ? Justifie tes réponses.



∠DAB = ∠DEB = 55° (∠s inscrits)

∠DCB = 2(55) = 110° (∠ au centre double ∠ inscrit)

10.1 exemple 2 p. 380

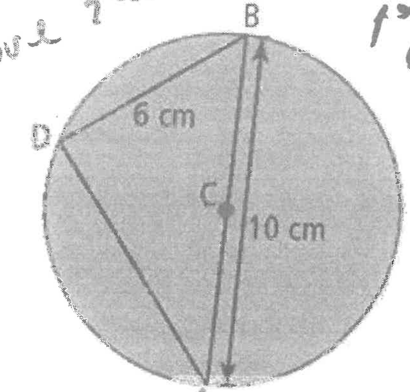
Le point C est le centre du cercle.
Diamètre AB = 10 cm
Corde BD = 6 cm

a) Quelle est la mesure de ∠ADB ?
Explique ton raisonnement.

b) Quelle est la longueur de la corde AD ?
Justifie ta réponse.

∴ ∠ACB est l'angle au centre
AB est diamètre

Prouve que Δ ABD is rectangle pour employer Pythagore.



a) $\angle ADB = 90°$ (AB diamètre; ∠ centrale $ACB = 180°$;
$\angle ADB = \frac{1}{2}(180)$ – ∠ inscrit sous-tend le même arc [un demi-cercle])

b) Δ ADB est Δ rectangle ($\angle ADB = 90°$)
obligatoire pour Pythagore

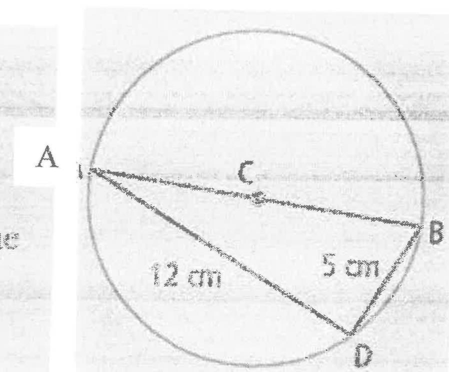
$6^2 + AD^2 = 10^2$ (Pythagore)
$36 + AD^2 = 100$
$-36 \qquad\quad -36$
$\sqrt{AD^2} = \sqrt{64}$ → $AD = 8$ cm

MCQTS p. 380 (a 90° b 13 cm)

Le point C est le centre du cercle.
AB est un diamètre.
Corde AD = 12 cm
Corde BD = 5 cm

a) Quelle est la mesure de ∠ADB ? Explique ton raisonnement.

b) Quelle est la longueur du diamètre AB ?

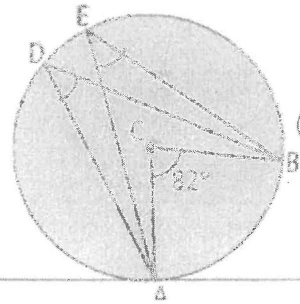


a) $\angle ADB = 90°$ (∠ inscrit sous-tend demi-cercle)

b) Δ ABD est Δ rect. ($\angle ADB = 90°$)
obligatoire pour Pythagore

$5^2 + 12^2 = AB^2$ (Pythagore)
$25 + 144 = AB^2$
$169 = AB^2$
$13\text{ cm} = AB$

3. Quelles sont les mesures de ∠ADB et ∠AEB ? Justifie tes réponses.



$\angle ADB = \angle AEB = \frac{1}{2}(\angle ACB)$
$= \frac{1}{2}(82)$
$= 41°$

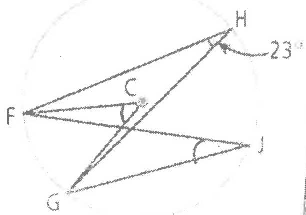
même arc {∠ inscrit $\frac{1}{2}$ ∠ au centre
{∠s inscrits =

4. a) Quelle est la mesure de ∠FJG ? Explique ton raisonnement. 23°

∠s inscrits même arc =

b) Quelle est la mesure de ∠FCG ? Justifie ta réponse.

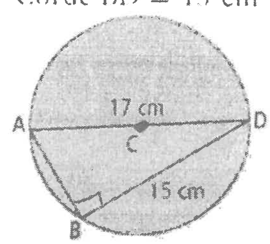
$2(23) = 46°$ ∠ au centre double ∠ inscrit



a) $\angle ABD = 90°$
(∠ inscrit sous-tend diamètre)

b) ΔABD est Δ rect ($\angle B = 90°$)
$15^2 + \overline{AB}^2 = 17^2$ (Pyth.)
$225 + \overline{AB}^2 = 289$
$-225 \qquad -225$
$\overline{AB}^2 = 64$
$AB = 8\text{cm}$

6. Le point C est le centre d'un cercle.
Diamètre AD = 17 cm
Corde BD = 15 cm



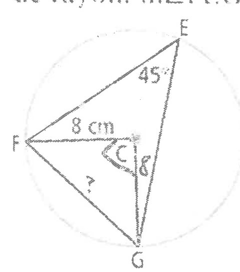
a) Quelle est la mesure de ∠ABD ? Explique ta réponse. 90°

b) Quelle est la longueur de la corde AB ? 8cm

7) a)
$\angle FCG = 2(45°)$
$= 90°$
(∠ au centre double ∠ inscrit)

b) $FC = CG = 8\text{cm}$ (C est centre, rayons =)
ΔFCG est Δ rect ($\angle C = 90°$)
$8^2 + 8^2 = \overline{FG}^2$
$\sqrt{128} = \sqrt{\overline{FG}^2}$
$11{,}3137 = \overline{FG}$
$FG = 11{,}3\text{cm}$

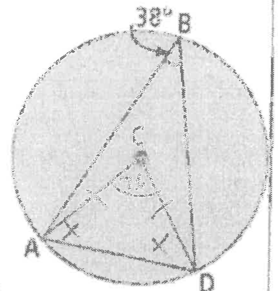
7. Le point C est le centre d'un cercle de 8 cm de rayon. m∠FEG = 45°.



a) Quelle est la mesure de ∠FCG ? 90°

b) Quelle est la longueur de la corde FG ? Arrondis ta réponse au dixième de centimètre près. 11,3 cm

10. Le point C est le centre du cercle et $\angle ABD$ est égal à 38°. Justifie tes réponses à ces questions.



a) Quelle est la mesure de $\angle ACD$? 76°

b) De quel type est le triangle ACD? isocèle

c) Quelle est la mesure de $\angle CAD$? 52°

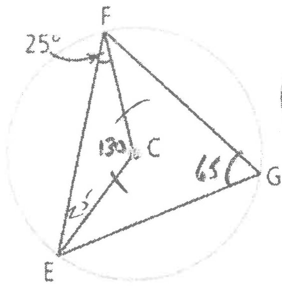
(10)

a) $\angle ACD = 2(38) = 76°$
(∠ au centre double ∠ inscrit)

b) $\overline{AC} = \overline{CD}$ (C est centre rayons =)
∴ ΔACD est Δ isoc.

c) $\angle CAD = \angle CDA$ (∠s base Δ isoc.)
$x + x + 76 = 180°$
$x = (180 - 76) \div 2 = 52°$
$\angle CAD = 52°$

11. Le point C est le centre du cercle et $m\angle CFE = 25°$. Justifie tes réponses à ces questions.



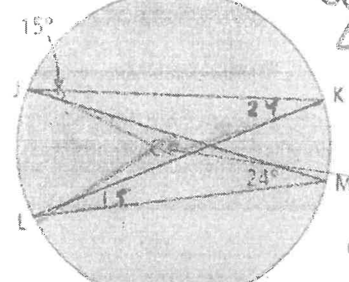
a) Quelle est la mesure de $\angle ECF$? 130°

b) Quelle est la mesure de $\angle EGF$?

b) $\angle EGF = 65°$
(∠ inscr. ½ ∠ au centre)

(11) a) $FC = CE$ (C centre ; rayons =)
ΔFCE = Δ isoc. (FC = CE)
$\angle CFE = \angle CEF = 25°$ (∠s Δ isoc.)
$\angle ECF = 180 - 25 - 25 = 130°$

12. Soit $m\angle KJM = 15°$ et $m\angle JML = 24°$. C est le centre du cercle. Quelle est la mesure de ces angles?



a) b)
∠s inscrits même arc =

c) d)
∠ au centre double ∠ inscrit

a) $\angle KLM$ 15°

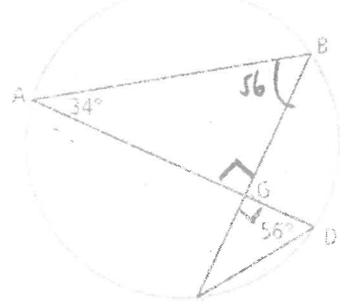
b) $\angle JKL$ 24°

c) $\angle JCL$ 48°
trace JC et CL

d) $\angle KCM$ 30°
trace KC et CM

13. Dans cette figure, $m\angle BAD = 34°$ et $m\angle ADE = 56°$.

on ne sait pas le centre



a) Quelle est la mesure de $\angle ABE$? 56°

b) Quelle est la mesure de $\angle AGB$? 90°

c) Quel est le type du triangle ABG? Δ rect.

d) Quelle est la mesure de $\angle DGE$? 90°

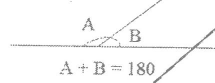
(13) a) ∠s inscrits même arc =
$\angle ADE = \angle ABE = 56°$

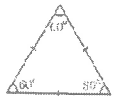
b) $\angle AGB = 180 - 34 - 56 = 90°$
* → Somme ∠s Δ = 180°

c) triangle rectangle
($\angle AGB = 90°$)

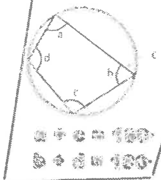
d) $\angle DGE = \angle AGB = 90°$
* (∠s opposés par le sommet)

15a) indice: la somme des angles supplémentaires est 180°





15b) indice: un triangle équilatéral a 3 côtés égaux et 3 angles = 60°



15d) quadrilatère cyclique –tous les sommets sur le cercle; angles opposés supplémentaires

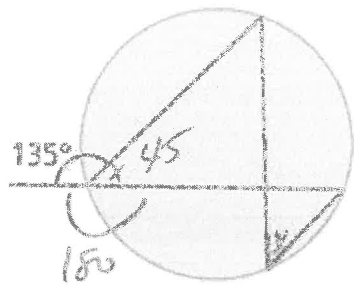
15a) $x = 180 - 135 = 45°$
(∠s supplémentaires somme 180°)
$x = y = 45°$
(∠s inscrits même arc =)

b) $x = 60°$ (Δ équil. ∠s = 60°)
$y = 2(60) = 120°$
(∠ au centre double ∠ inscrit)

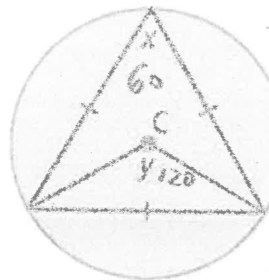
c) $x = 15°$
(∠s inscrit même arc =)
$y = 2(15)° = 30°$
(∠ au centre double ∠ inscrit)

15. Trouve la mesure des angles inconnus x et y dans ces figures. Le point C est le centre du cercle.

a)

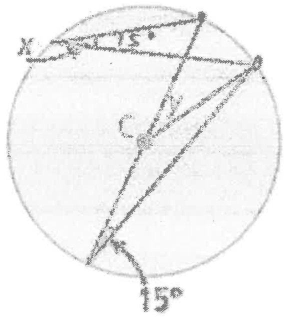


b)

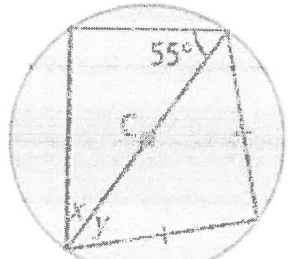


triangle équila (tous côtés = tous ∠ = 60°)

c)



d)

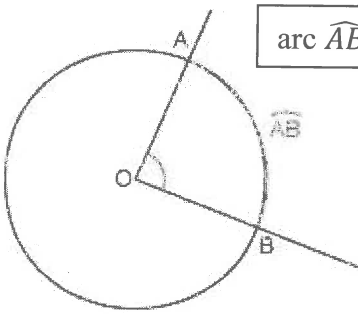


quadrilatère cyclique (tous sommets sur le cercle) ∠s opposés supplémentaires

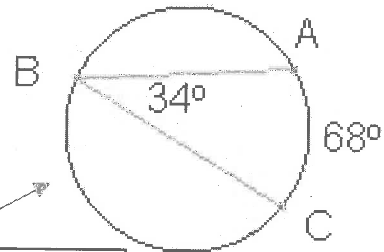
d) ∠ = 90° (inscrit sous-tend diamètre)
Δ isocèle (2 côtés =)
$y = 45°$ (2 ∠s = / somme ∠ Δ 180°)
∠ opposé = 90° (quad. cycl. ∠s opposés suppl.)
$\angle x = 180 - 90 - 55 = 35°$ (∠s Δ 180°)

Proprietés Supplémentaires

Les Arcs et les Angles Inscrits et au Centre : La mesure en degrés **d'un angle inscrit** est égale à la **moitié** de la mesure en degrés de l'**arc** intercepté par les côtés de l'angle. (Et alors la mesure en degrés de **l'angle au centre** est **égale** de la mesure de **l'arc** intercepté par ces mêmes cotés.)

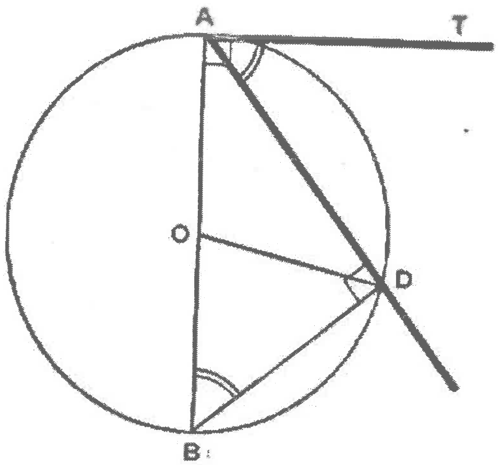


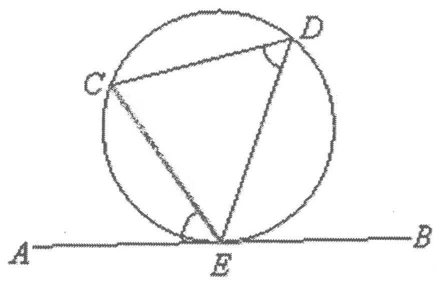
arc $\widehat{AB}$= angle au centre ∠AOB



arc $\widehat{AC}$= $\frac{1}{2}$angle inscrit ∠ABC

Les Cordes est les Tangents : L'**angle** formé par une **tangent et une corde** est **égal à** **l'angle inscrit** situé du coin opposé de cette corde est sous-tendu par cette corde. *(C'est un peu comme un des côtés de l'angle inscrit est tangent au cercle.)*





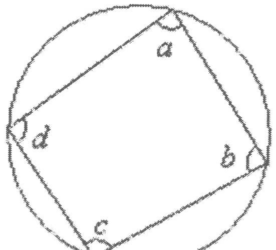
Angle ∠AEC (tangent + corde)
= angle inscrit ∠CDE

Un quadrilatère cyclique :

quadrilatère dont les sommets sont situés sur la circonférence d'un cercle.

Les angles opposés dans un quadrilatère cyclique sont supplémentaires.

(diagramme à droite : Soient les deux angles inscrits ∠A et ∠B dont les sommets sont de part et d'autre de la corde MN . Ces deux angles interceptent respectivement des arcs $\widehat{MAN}$ et $\widehat{NBM}$ dont la somme fait 360°. La somme des deux angles inscrits est donc égale à 180°.)



$\angle a + \angle b = 180°$
$\angle c + \angle d = 180°$